Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19–21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

УДК 519.6+514.1

ІНТЕРВАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ РОЗМІЩЕННЯ

***Л. Г. Євсеєва**, к. ф.-м. н., доцент,*
***Ю. Ю. Глушко**, викладач*
Полтавське вище міжрегіональне професійне училище
lg.yevseeva@gmail.com

Через підвищені вимоги до точності одержаних результатів при розв'язанні оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів [1] з урахуванням похибок наукову значущість набуває проблема створення методології інтервального математичного моделювання, тобто математичного моделювання на основі принципово нового підходу до математичного моделювання: використання інтервальної геометрії [2].

В дослідженні вперше введено інтервальні відображення, які задовольняють властивостям метрики і формують метричні інтервальні простори, розроблено конструктивні засоби математичного моделювання поверхонь евклідових просторів з урахуванням похибок в інтервальних просторах.

Розглянемо метричний інтервальний простір $(\mathbf{I}_s^3\mathbf{R},\boldsymbol{\rho})$, $\boldsymbol{\rho}:\mathbf{I}_s^6\mathbf{R}\to\mathbf{I}_s\mathbf{R}$ – інтервальна чи евклідова метрика [3], визначено основні інтервальні поверхні.

Означення 1. Інтервальною квазилінійною гіперповерхнею назвемо поверхню, яка описується рівнянням

$$\langle A\rangle * \langle X\rangle + \langle B\rangle * \langle Y\rangle + \langle C\rangle * \langle Z\rangle + \langle D\rangle = \mathbf{0},$$

де $\langle A\rangle,\langle B\rangle,\langle C\rangle \notin \mathbf{I}_{s3}\mathbf{R}$ одночасно.

Означення 2. Інтервальною псевдоповерхнею назвемо поверхню, яка описується рівнянням

$$\varphi(a\cdot\langle X\rangle) + \langle B\rangle * \langle Y\rangle + \langle C\rangle * \langle Z\rangle + \langle D\rangle = \mathbf{0},$$

де $\langle D\rangle = \langle d, \nu_d\rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$, $\nu_d = -a\cdot\nu_x - b\cdot\nu_y - c\cdot\nu_z$, $a,b,c\in R^1$,

$\mathbf{0}=\langle 0,0\rangle$, оператор $\varphi(\lambda\cdot\langle X\rangle)=\begin{cases}\lambda\cdot\langle X\rangle, & \text{якщо } \lambda\ge 0\\ \lambda\cdot\overline{\langle X\rangle}, & \text{якщо } \lambda<0,\end{cases}$

$\overline{\langle X \rangle} = \overline{\langle x, \nu_x \rangle} = \langle x, -\nu_x \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$ – спряження до $\langle X \rangle = \langle x, \nu_x \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$.

Означення 3. Інтервальною сферичною поверхнею назвемо поверхню, яка задається інтервальним рівнянням

$$\boldsymbol{\omega}\,(\langle U \rangle) = \mathbf{0}\,, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{\omega}(\langle U \rangle) = \boldsymbol{\rho}^2\,(\langle U \rangle, \langle U_0 \rangle) - \overline{\langle R \rangle^2}\,,$$

$\langle U_0 \rangle = (\langle X_0 \rangle, \langle Y_0 \rangle, \langle Z_0 \rangle) \in \mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$, $\langle R \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$ – інтервальні центр і радіус інтервальної сфери, $\boldsymbol{\rho}$ – метрика в $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$.

Означення 4. Інтервальною тороїдальною поверхнею назвемо поверхню, яка задається інтервальним рівнянням

$$(\mathbf{f}\,(\langle U \rangle) - \overline{\langle A \rangle})^2 + \langle Z \rangle^2 - \overline{\langle R \rangle^2} = \mathbf{0}\,, \tag{2}$$

$$\sqrt{(\mathbf{f}\,(\langle U \rangle) - \overline{\langle A \rangle})^2 + \langle Z \rangle^2} - \overline{\langle R \rangle} = \mathbf{0}\,,\ \mathbf{f}\,(\langle U \rangle) = \sqrt{\langle X \rangle^2 + \langle Y \rangle^2}\,.$$

Конкретний вигляд інтервальних рівнянь інтервальних квазіповерхонь визначається відповідно до розбиття простору $\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}$ [3].

Введені інтервальні поверхні дають можливість подати математичну модель геометричного об'єкту евклідова простору, метричні характеристики і параметри розміщення яких задано з похибками, у вигляді інтервального геометричного об'єкту.

Так, інтервальну кулю $\mathbf{S} \subset \mathbf{I}_{\boldsymbol{\rho}}^n\mathbf{R}$ з центром в точці $\langle U_0 \rangle$ інтервального радіуса $\langle R \rangle = \langle r, \nu_r \rangle \in \mathbf{I}_s\mathbf{R}$ можна подати як

$$\mathbf{S}\,(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) = \operatorname{int} \mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) \bigcup \mathbf{fr}\,\mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle)\,,$$

$$\operatorname{int} \mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) = \{\langle U \rangle \in \mathbf{I}_{\boldsymbol{\rho}}^3\mathbf{R} \,\big|\, \boldsymbol{\chi}(\langle U \rangle) = \langle \chi, \nu_\chi \rangle < \mathbf{0} \rangle\}\,,$$

$$\mathbf{fr}\,\mathbf{S}(\langle U_0 \rangle, \langle R \rangle) = \{\langle U \rangle \in \mathbf{I}_{\boldsymbol{\rho}}^3\mathbf{R} \,\big|\, \boldsymbol{\chi}(\langle U \rangle) = \langle \chi, \nu_\chi \rangle = \langle 0, \nu_\chi \rangle\}\ \text{-}$$

інтервальна межа інтервальної кулі, яка визначається (1).

Пропонуються конструктивні засоби математичного моделювання відношень інтервальних геометричних об'єктів, як подальший розвиток методу Φ-функцій Стояна, у вигляді повних класів інтервальних $\boldsymbol{\Phi}$-відображень та нормалізованих інтервальних $\boldsymbol{\Phi}$-відображень інтервальних геометричних об'єктів як засіб математичного моделювання відношень інтервального вкладення, інтервального не перетинання.

Як приклад, побудовано нормалізоване інтервальне $\mathbf{\Phi}$-відображення інтервального об'єкта $\mathbf{S}^*(\langle U_1\rangle) = \text{int}\,(\mathbf{I}_s^3\mathbf{R}\setminus\mathbf{S})\bigcup \mathbf{fr}\,\mathbf{S}$ та інтервального тора $\mathbf{T}(\langle U_2\rangle)$, метричні характеристики яких $\mathbf{m}_1 = (\langle R_1\rangle)$, $\mathbf{m}_2 = (\langle A\rangle, \langle R_2\rangle)$ при умові $\langle A\rangle \geq \langle R_2\rangle$, $\langle A\rangle + \langle R_2\rangle \leq \langle R_1\rangle$ у відповідності до відношення лінійного порядку в просторі $\mathbf{I}_s\mathbf{R}$, виду

$$\tilde{\mathbf{\Phi}}(\langle U_1\rangle, \langle U_2\rangle) = \tilde{\boldsymbol{\chi}}(\langle U_2\rangle - \langle \overline{U_1}\rangle) = \tilde{\boldsymbol{\chi}}(\langle U\rangle),$$

$$\tilde{\boldsymbol{\chi}}(\langle U\rangle) = \langle R\rangle - \sqrt{(\mathbf{f}(\langle U\rangle) - \overline{\langle A\rangle})^2 + \langle Z\rangle^2},$$

$$\mathbf{f}(\langle U\rangle) = \sqrt{\langle X\rangle^2 + \langle Y\rangle^2},\ \langle U\rangle = \langle U_2\rangle - \langle \overline{U_1}\rangle.$$

На основі поняття нормалізованого інтервального $\mathbf{\Phi}$-відображення умова розташування двох інтервальних об'єктів на мінімальному ($\boldsymbol{\rho}^-$) і максимальному ($\boldsymbol{\rho}^+$) допустимих інтервальних відстанях моделюється інтервальною нерівністю

$$\boldsymbol{\rho}^- \leq \tilde{\mathbf{\Phi}}(\langle U_1\rangle, \langle U_2\rangle) \leq \boldsymbol{\rho}^+.$$

В доповіді пропонуються результати дослідження, що забезпечують вирішення важливої прикладної проблеми урахування похибок при моделюванні оптимізаційних задач геометричного проектування.

Література

1. Стоян Ю. Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю. Г. Стоян, С. В. Яковлев. – Киев: Наук. думка, 1986. – 268 с.
2. Стоян Ю.Г. Метрическое пространство центрированных интервалов // Докл. НАН Украины. Сер. А. – 1996. – № 7. – С. 23–25.
3. L.Yevseeva Application of interval mathematical models of optimization placement problems of geometric objects / Eastern-European Journal of Enterprise Technologies Vol 1 NO 4 (73) (2015) p.18-26.